Distribuzioni discrete di probabilità

Sintesi

Lorenzo Roi

Distribuzione binomiale

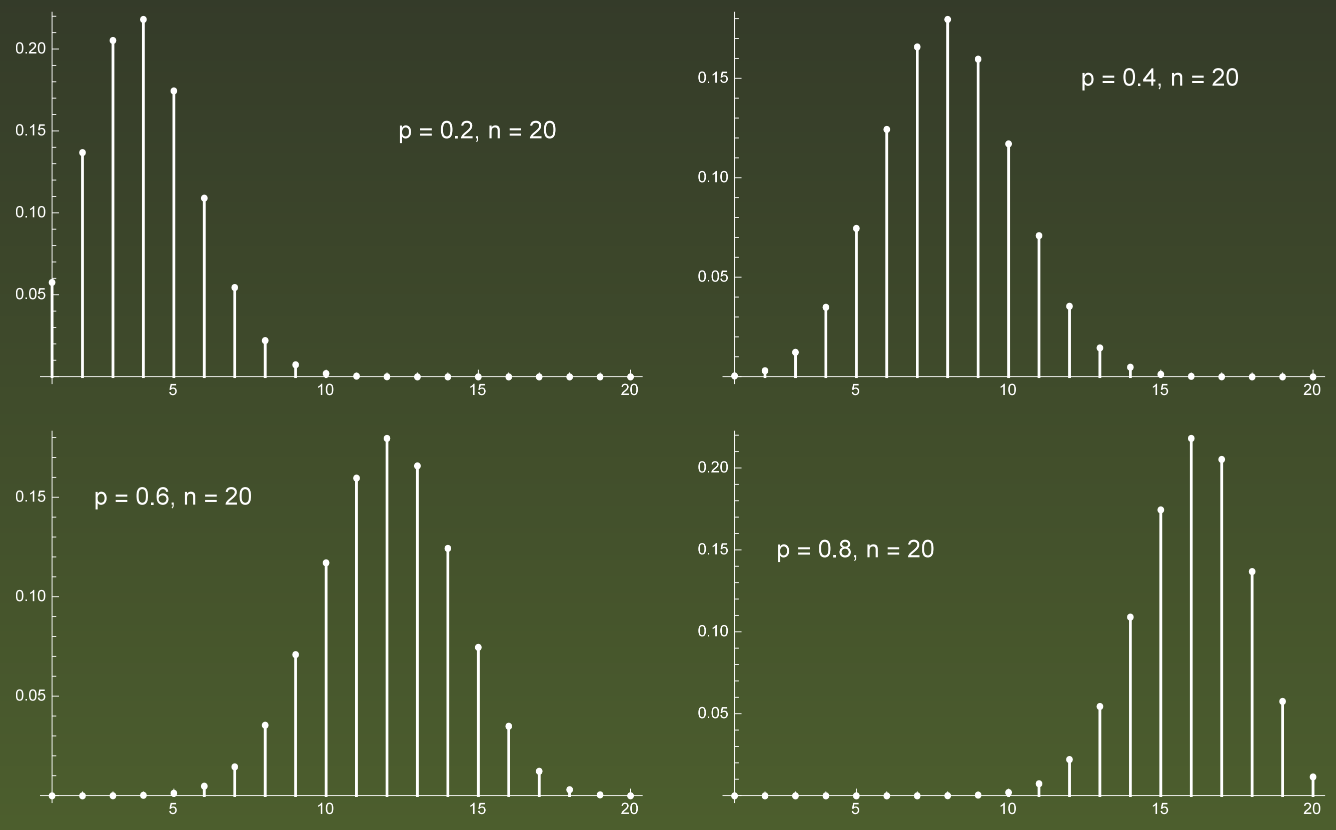
- La variabile casuale K rappresenta il numero di successi in n prove.
- Ciascuna prova è identica alle altre e indipendente.
- I suoi esiti possono solo essere successo o insuccesso (modello di Bernoulli).
- La probabilità dell'evento E è $p(E) = p$ e del complementare $P(\overline{E}) = q = 1 - p$.

Distribuzione binomiale 2

- Valori di K: $0,\ 1,\ 2, \ldots, n$
- Parametri: n, p
- Distribuzione di probabilità: $p(K = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$
- Valore medio: $M(K) = np$
- Varianza: $\sigma^2 = npq$.

Distribuzione binomiale 3

- Andamenti

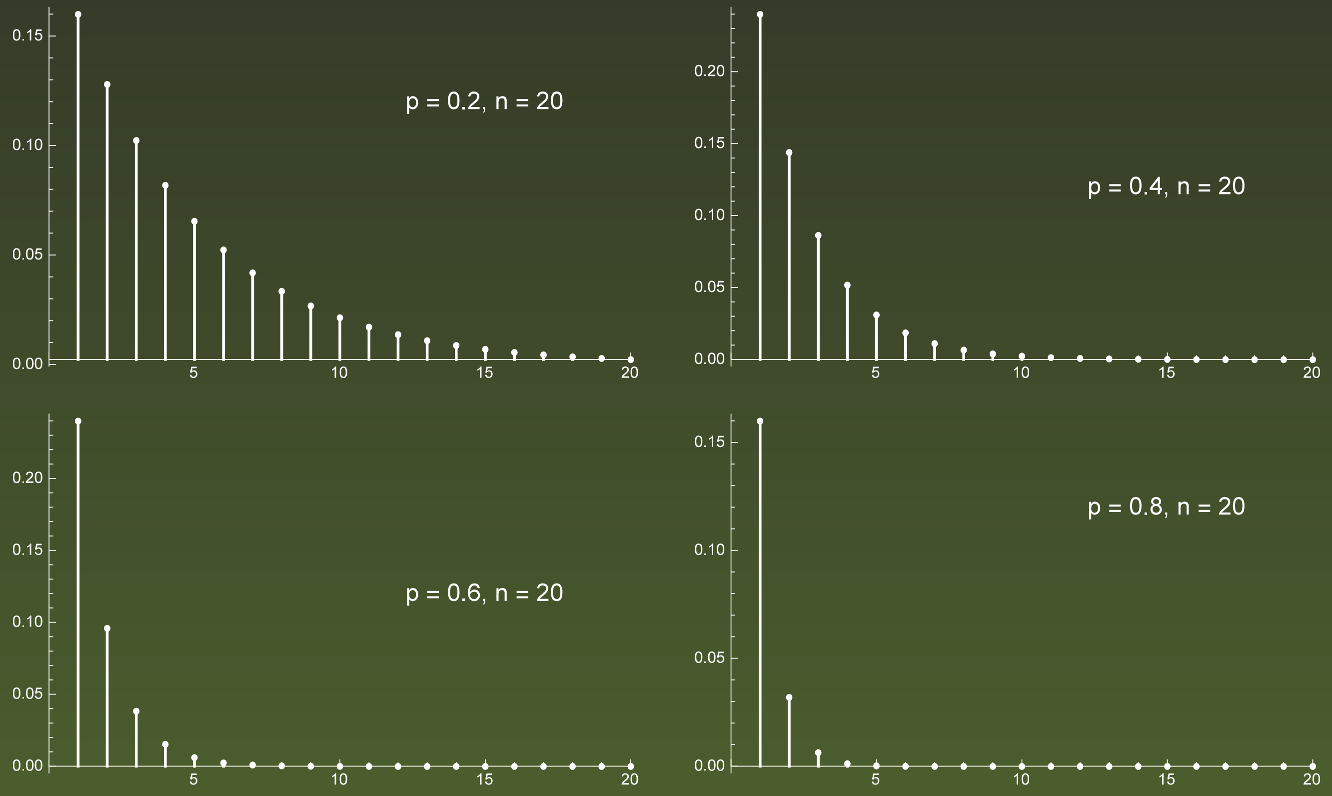


Distribuzione geometrica

- La variabile casuale N rappresenta il numero di prove di tipo Bernoulli per ottenere il primo successo.
- La probabilità dell'evento E è $p(E) = p$ e del complementare $P(\overline{E}) = q = 1 - p$.
- Valori di N: $1,\ 2,\ 3, \ldots$.
- Parametro: p
- Distribuzione di probabilità: $p(N = n) = pq^{n-1} = p(1-p)^{n-1}$
- Valore medio: $M(N) = \frac{1}{p}$
- Varianza: $\sigma^2 = \frac{q}{p^2}$.

Distribuzione geometrica 2

- Andamenti

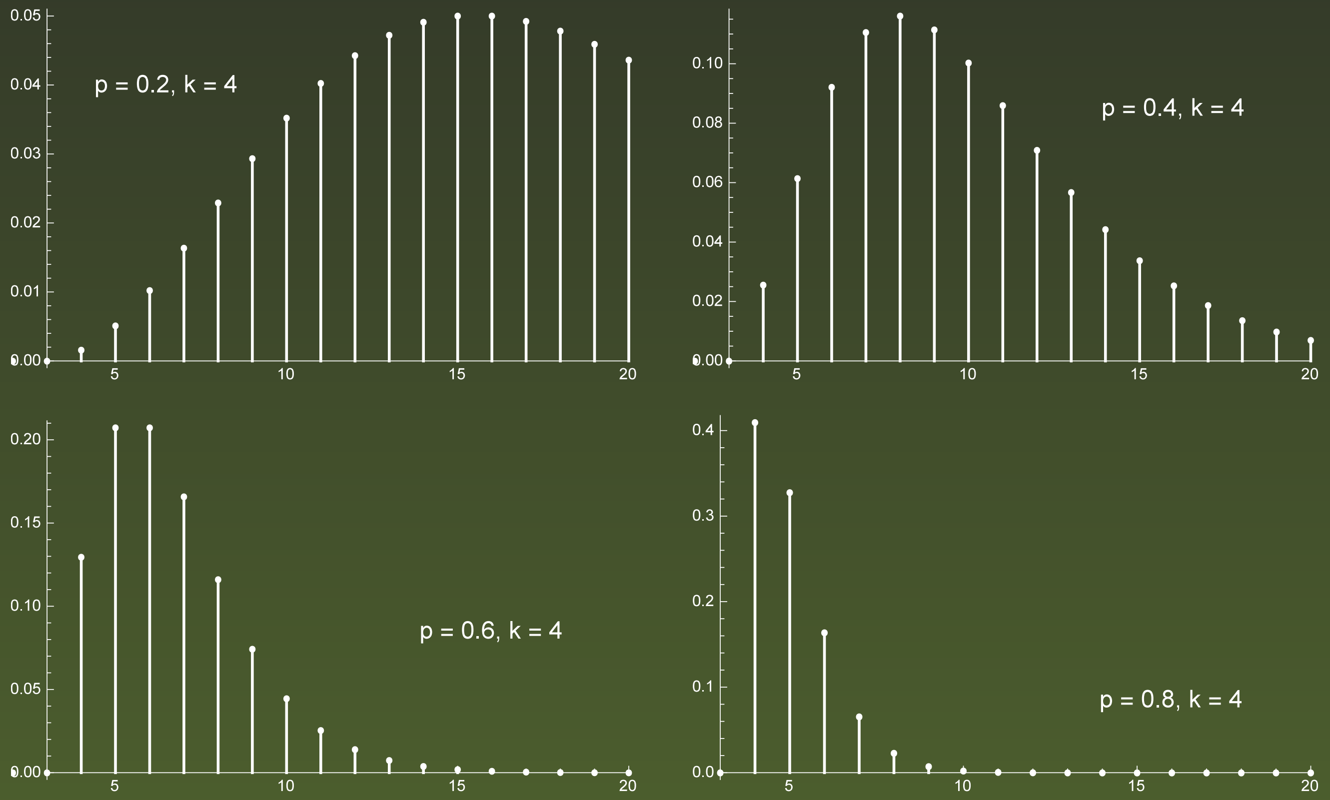


Distribuzione binomiale negativa

- La variabile casuale N rappresenta il numero di prove identiche e indipendenti, per ottenere $k \geq 1$ successi.
- La probabilità dell'evento E è $p(E) = p$ (del complementare $P(\overline{E}) = q = 1 - p$).
- Valori di N: $k,\ k+1,\ k+2,\ k+3, \ldots,$ ($n \geq k$)
- Parametri: p, k.
- Distribuzione di probabilità:
  $p(N = n) = \binom{n-1}{k-1} p^k q^{n-k} = \binom{n-1}{k-1} p^k (1-p)^{n-k}$
- Valore medio: $M(N) = \frac{k}{p}$
- Varianza: $\sigma^2 = k\frac{q}{p^2}$.

Distribuzione binomiale negativa

- Andamenti



Processo di Poisson 1

Un *processo di Poisson* consiste in una serie di eventi che avvengono in un intervallo Δt di tempo o in un intervallo spaziale Δx che soddisfa alle condizioni

- Se l'intervallo Δt (o Δx) è sufficientemente piccolo, la probabilità che accada esattamente un evento in questo intervallo è pari a $\lambda \Delta t$ (o $\lambda \Delta x$), dove λ rappresenta il numero medio di eventi per unità di tempo t (o spazio x).

Processo di Poisson 2

- Se l'intervallo Δt (o Δx) è sufficientemente piccolo, la probabilità che accada più di un evento nell'intervallo è nulla, ossia in un intervallo sufficientemente piccolo può presentarsi un solo evento o nessuno.
- L'avverarsi di eventi in intervalli (temporali o spaziali) disgiunti avviene indipendentemente.

Distribuzione di Poisson 1

- La variabile casuale K rappresenta il numero di eventi che avvengono in un dato intervallo di tempo (o spazio) con le caratteristiche di un processo di Poisson e dove il numero medio di eventi (per unità di tempo o spazio) è pari a λ.
- Valori di K: 0, 1, 2, 3, $\ldots$
- Parametro: λ.
- Distribuzione di probabilità: $p(k, \lambda) = \dfrac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$
- Valore medio: $M(K) = \lambda$
- Varianza: $\sigma^2 = \lambda$.

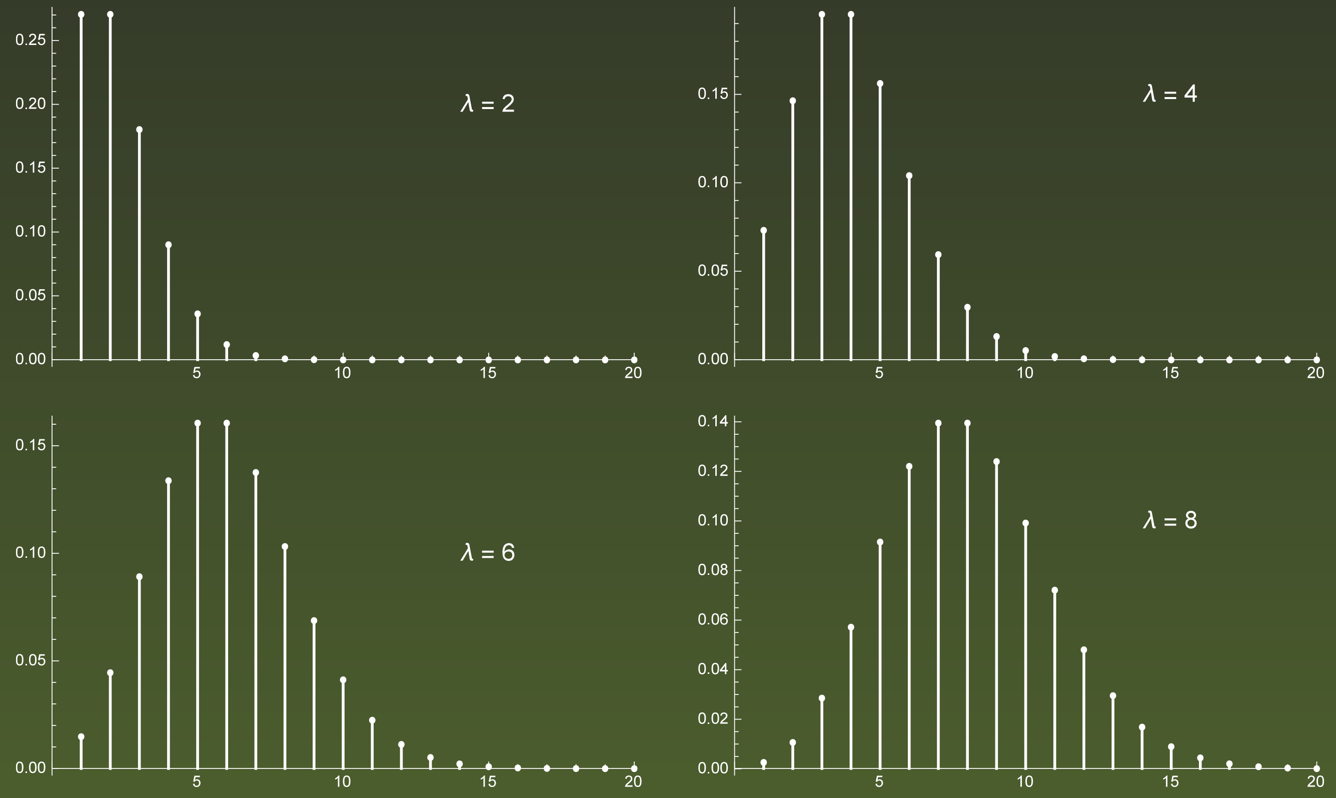
Distribuzione di Poisson 2

Altre caratteristiche

- Se K rappresenta il numero di eventi in un processo di Poisson che possono accadere in un intervallo t (o x) diverso da quello scelto come unitario, allora la distribuzione di tale variabile si riporta a quella di Poisson con parametro $\lambda\, t$.
- La distribuzione binomiale relativa a processi dove il parametro n sia molto grande ($n \to \infty$) e la probabilità p dell'avverarsi di un singolo evento sia prossima allo 0 ($p \to 0$) essendo il prodotto $n \cdot p = \lambda$ costante, può essere approssimata dalla distribuzione di Poisson $p(k, \lambda)$.

Distribuzione di Poisson 3

- Andamenti



Ritorna all'inizio